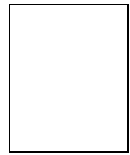


A

Examen de Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials I



Nom _____ Data: _____

Nota

1. Representa la funció $f(x) = \cos x$ i digues les seves característiques.....1 punt
Pàgina 144 del llibre

2. Donades les funcions $f(x) = \frac{2}{x^2}$ i $g(x) = x^2 - 3x$ calcula:

a) $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x^2 - 3x) = \frac{2}{(x^2 - 3x)^2} = \frac{2}{x^4 - 6x^3 + 9x^2}$ 0'5 punts

b) $g \circ f(x) = g(f(x)) = g(\frac{2}{x^2}) = (\frac{2}{x^2})^2 - 3 \cdot \frac{2}{x^2} = \frac{4}{x^4} - \frac{6}{x^2} = \frac{4 - 6x^2}{x^4}$ 0'5 punts

c) $f \circ f(x) = f(f(x)) = f(\frac{2}{x^2}) = \frac{2}{(\frac{2}{x^2})^2} = \frac{2}{\frac{4}{x^4}} = \frac{x^4}{2}$ 0'5 punts

d) $g \circ g(x) = g(g(x)) = g(x^2 - 3x) = (x^2 - 3x)^2 - 3(x^2 - 3x) = x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 3x^2 + 9x = x^4 - 6x^3 + 6x^2 + 9x$ 0'5 punts

3. Calcula la funció inversa de:

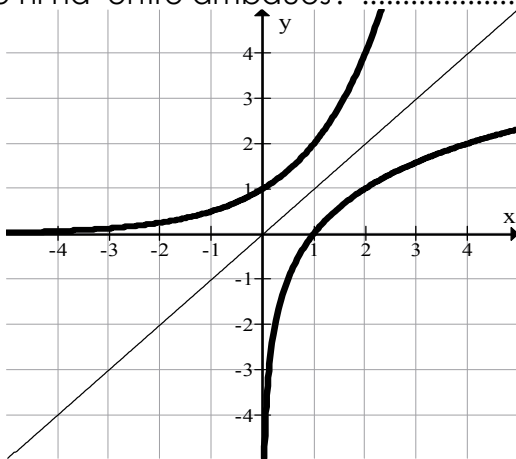
a) $f(x) = \sqrt{3x+2}$ 1 punt

$y = \sqrt{3x+2} \rightarrow y^2 = 3x+2 \rightarrow \frac{y^2-2}{3} = x \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x^2-2}{3}$

b) $f(x) = \frac{3}{x^2-2}$ 1 punt

$y = \frac{3}{x^2-2} \rightarrow x^2-2 = \frac{3}{y} \rightarrow x^2 = \frac{3}{y} + 2 \rightarrow x = \sqrt{\frac{3}{y} + 2} \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{3}{x} + 2}$

4. Representa les funcions $f(x) = 2^x$ i $g(x) = \log_2 x$ en els mateixos eixos. Quina relació hi ha entre ambdues? 1'5 punts



x	f(x)
-2	0,25
-1	0,5
0	1
1	2
2	4
3	8

x	g(x)
-1	≠
0	≠
0,1	-3,322
0,5	-1
1	0
2	1
3	1,585

$f(x)$ i $g(x)$ són inverses, i per tant simètriques respecte de la bisectriu del primer quadrant.

5. Un cultiu té 24 bacteris, i al cap de 9 hores s'han duplicat. Si sabem que aquest creixement s'ajusta a una funció exponencial. Calcula:

a) La fórmula que ens dona el nombre de bacteris en funció del temps...1 punt

$$y = a \cdot b^x$$

$$a = 24 \rightarrow y = 24 \cdot b^x$$

$$x = 9, y = 48 \rightarrow 48 = 24 \cdot b^9 \rightarrow b = \sqrt[9]{\frac{48}{24}} = 1'08$$

$$y = 24 \cdot 1'08^x$$

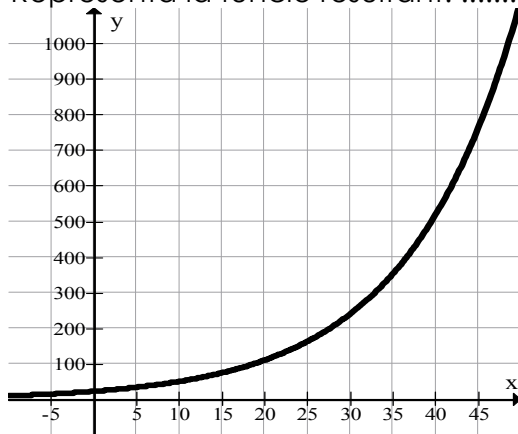
b) El nombre de bacteris després d'un dia.0'5 punts

$$y = 24 \cdot 1'08^{24} = 152 \text{ bacteris}$$

c) El temps que ha de passar per tenir 1.000 bacteris.....0'5 punts

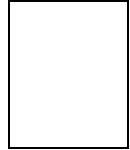
$$1.000 = 24 \cdot 1'08^x \rightarrow x = \log_{1'08} \frac{1.000}{24} = \log_{1'08} 41'667 = 48'46, \text{ han de passar 49 hores}$$

d) Representa la funció resultant.0'5 punts



B

Examen de Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials I



Nom _____ Data: _____

Nota

1. Representa la funció $f(x) = \sin x$ i digues les seves característiques.....1 punt
Pàgina 143 del llibre

2. Donades les funcions $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ i $g(x) = x^2 - 2x$ calcula:

a) $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x^2 - 2x) = \sqrt{(x^2 - 2x)^2 + 1} = \sqrt{x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 1}$ 0'5 punts

b) $g \circ f(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x^2 + 1}) = (\sqrt{x^2 + 1})^2 - 2\sqrt{x^2 + 1} = x^2 + 1 - 2\sqrt{x^2 + 1}$ 0'5 punts

c) $f \circ f(x) = f(f(x)) = f(\sqrt{x^2 + 1}) = \sqrt{(\sqrt{x^2 + 1})^2 + 1} = \sqrt{x^2 + 1 + 1} = \sqrt{x^2 + 2}$ 0'5 punts

d) $g \circ g(x) = g(g(x)) = g(x^2 - 2x) = (x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 2x^2 + 4x = x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 4x$ 0'5 punts

3. Calcula la funció inversa de:

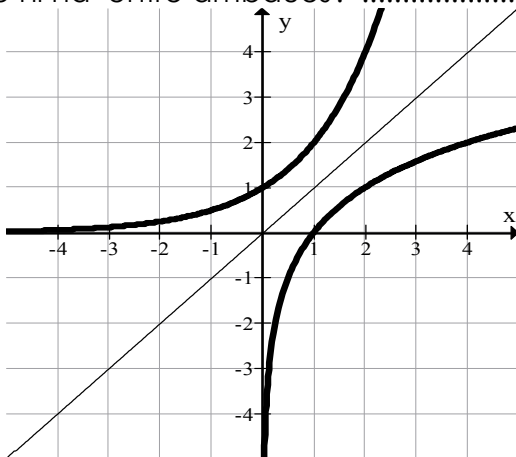
a) $f(x) = \frac{3}{x-1}$ 1 punt

$$y = \frac{3}{x-1} \rightarrow x-1 = \frac{3}{y} \rightarrow x = \frac{3}{y} + 1 \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3}{x} + 1$$

b) $f(x) = \sqrt{2x^2 - 1}$ 1 punt

$$y = \sqrt{2x^2 - 1} \rightarrow y^2 = 2x^2 - 1 \rightarrow \sqrt{\frac{y^2 + 1}{2}} = x \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 1}{2}}$$

4. Representa les funcions $f(x) = 2^x$ i $g(x) = \log_2 x$ en els mateixos eixos. Quina relació hi ha entre ambdues?1'5 punts



x	f(x)
-2	0,25
-1	0,5
0	1
1	2
2	4
3	8

x	g(x)
-1	$\frac{1}{2}$
0	$\frac{1}{1}$
0,1	-3,322
0,5	-1
1	0
2	1
3	1,585

$f(x)$ i $g(x)$ són inverses, i per tant simètriques respecte de la bisectriu del primer quadrant.

5. Una població de vells marins té actualment 1.200 exemplars, i s'estima que en 4 anys seran 1.500. Si sabem que aquest creixement s'ajusta a una funció exponencial. Calcula:

a) La fórmula que ens dona el nombre d'animals en funció del temps.....1 punt
 $y = a \cdot b^x$

$$a = 1.200 \rightarrow y = 1.200 \cdot b^x$$

$$x = 4, y = 1.500 \rightarrow 1.500 = 1.200 \cdot b^4 \rightarrow b = \sqrt[4]{\frac{1.500}{1.200}} = 1'057$$

$$y = 1.200 \cdot 1'057^x$$

b) Quants n'hi havia fa 5 anys?0'5 punts

$$y = 1.200 \cdot 1'057^{-5} = 909 \text{ vells marins}$$

c) El temps que ha de passar per què n'hi hagi 2.0000'5 punts

$$3.000 = 1.200 \cdot 1'057^x \rightarrow x = \log_{1'057} \frac{2.000}{1.200} = \log_{1'057} 1'667 = 9'21, \text{ han de passar 17 anys}$$

d) Representa la funció resultant.0'5 punts

