

Tema 10 - Problemes de distribucions binomials

1. S'ha comprovat que d'un grup de 25 alumnes d'un centre educatiu, cada un d'ells falta a classe un 9% dels dies. Calcula la probabilitat que un dia determinat:

$$n=25; p=0'09; q=0'91 \rightarrow B(25; 0'09)$$

- a) No falti cap alumne a classe

$$p(x=0) = \binom{25}{0} \cdot 0'09^0 \cdot 0'91^{25} = 0'095$$

- b) Hi falti qualcú

$$p(x \neq 0) = 1 - p(x=0) = 1 - 0'095 = 0'905$$

- c) Faltin a classe 5 alumnes

$$p(x=5) = \binom{25}{5} \cdot 0'09^5 \cdot 0'91^{20} = 0'048$$

- d) Faltin a classe més de 3 alumnes

$$p(x > 3) = 1 - p(x \leq 3) = 1 - (p(x=0) + p(x=1) + p(x=2) + p(x=3)) = \\ = 1 - (0'095 + 0'234 + 0'278 + 0'211) = 0'182$$

- e) No vagi a classe cap alumne

$$p(x=25) = \binom{25}{25} \cdot 0'09^{25} \cdot 0'91^0 = 7'18 \cdot 10^{-27}$$

- f) Calcula quants alumnes van a classe per terme mitjà

$$\mu = n \cdot p = 25 \cdot 0'09 = 2'25 \rightarrow 1 - 2'25 = 22'75, \text{ hi van devers 23 alumnes}$$

- g) Calcula la desviació típica

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{25 \cdot 0'09 \cdot 0'91} = 1'431$$

2. S'ha fet una prova de fluïdesa verbal a un grup nombrós d'infants d'un barri socialment deprimit, i s'ha detectat que el 35% té una fluïdesa verbal pràcticament nul·la, mentre que la resta es pot considerar acceptable. D'una mostra aleatòria formada per 16 infants del barri calcula:

$$n=16; p=0'35; q=0'65 \rightarrow B(16; 0'35)$$

- a) La mitjana aritmètica i la desviació típica

$$\mu = n \cdot p = 16 \cdot 0'35 = 5'6$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{16 \cdot 0'35 \cdot 0'65} = 1'908$$

- b) La probabilitat que tots tinguin una fluïdesa verbal nul·la

$$p(x=16) = \binom{16}{16} \cdot 0'35^{16} \cdot 0'65^0 = 5'07 \cdot 10^{-8}$$

- c) La probabilitat que tots tinguin una fluïdesa verbal acceptable

$$p(x=0) = \binom{16}{0} \cdot 0'35^0 \cdot 0'65^{16} = 0'001$$

- d) La probabilitat que la meitat tinguin una fluïdesa verbal nul·la i la resta acceptable

$$p(x=8) = \binom{16}{8} \cdot 0'35^8 \cdot 0'65^8 = 0'062$$

3. Rafel Nadal ha guanyat 6 dels 7 partits que ha jugat al tennis amb Roger Federer, amb la qual cosa podríem considerar que la probabilitat que guanyi Nadal és $6/7 \approx 0'86$. Si juguen 6 partits més calcula la probabilitat que:

$$n=6; p=0'86; q=0'14 \rightarrow B(6; 0'86)$$

- a) Nadal guanyi tots els partits

$$p(x=6) = \binom{6}{6} \cdot 0'86^6 \cdot 0'14^0 = 0'405$$

- b) Federer guanyi algun dels partits

$$p(x \neq 6) = 1 - p(x=6) = 1 - 0'405 = 0'595$$

- c) Federer guanyi tots els partits

$$p(x=0) = \binom{6}{0} \cdot 0'86^0 \cdot 0'14^6 = 7'52 \cdot 10^{-6}$$

- d) Federer guanyi més partits que Nadal

$$p(x \leq 2) = p(x=0) + p(x=1) + p(x=2) = 0'00000753 + 0'000278 + 0'00426 = 0'00453$$

4. El 33% dels joves entre 16 i 24 anys fumen diàriament. Dins una classe de batxillerat amb 30 alumnes dins aquestes edats, calcula:

$$n=30; p=0'33; q=0'67 \rightarrow B(30; 0'33)$$

- a) La mitjana aritmètica i la desviació típica

$$\mu = n \cdot p = 30 \cdot 0'33 = 9'9$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{30 \cdot 0'33 \cdot 0'67} = 2'575$$

- b) La probabilitat que tots siguin fumadors

$$p(x=30) = \binom{30}{30} \cdot 0'33^{30} \cdot 0'67^0 = 3'59 \cdot 10^{-15}$$

- c) La probabilitat que ningú fumi

$$p(x=0) = \binom{30}{0} \cdot 0'33^0 \cdot 0'67^{30} = 6'06 \cdot 10^{-16}$$

- d) La probabilitat que només 5 siguin fumadors

$$p(x=5) = \binom{30}{5} \cdot 0'33^5 \cdot 0'67^{25} = 0'025$$

5. La taxa d'atur a les Balears al primer trimestre de 2006 va ser del 8'5%. Si entrevistem 50 persones en actiu pel carrer calcula la probabilitat que:

$$n=50; p=0'085; q=0'915 \rightarrow B(50; 0'085)$$

- a) N'hi hagi qualque aturat

$$p(x \neq 0) = 1 - p(x=0) = 1 - \binom{50}{0} \cdot 0'085^0 \cdot 0'915^{50} = 1 - 0'012 = 0'988$$

- b) Hi trobem 10 aturats

$$p(x=10) = \binom{50}{10} \cdot 0'085^{10} \cdot 0'915^{40} = 0'006$$

- c) Tots facin feina

$$p(x=0) = \binom{50}{0} \cdot 0'085^0 \cdot 0'915^{50} = 0'012$$

- d) Calcula la mitjana aritmètica i la desviació típica

$$\mu = n \cdot p = 50 \cdot 0'015 = 0'75$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{50 \cdot 0'015 \cdot 0'985} = 0'860$$

6. Suposant que la probabilitat que neixi nin o nina és la mateixa, calcula per a una família amb 8 fills la probabilitat que:

$$n=8; p=0'5; q=0'5 \rightarrow B(8; 0'5)$$

- a) Tots siguin nins

$$p(x=8) = \binom{8}{8} \cdot 0'5^8 \cdot 0'5^0 = 0'0039$$

- b) Hi hagi com a molt 3 nines

$$p(x \geq 5) = p(x=5) + p(x=6) + p(x=7) + p(x=8) = 0'219 + 0'109 + 0'031 + 0'004 = 0'363$$

- c) Hi hagi 8 nins

$$p(x=8) = \binom{8}{8} \cdot 0'5^8 \cdot 0'5^0 = 0'0039$$

- d) Calcula la mitjana aritmètica i la desviació típica

$$\mu = n \cdot p = 50 \cdot 0'015 = 0'75$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{50 \cdot 0'015 \cdot 0'985} = 0'860$$

7. El 80'5% de les llars a les Balears tenen al manco un telèfon mòbil. A un edifici de 16 veïnats calcula la probabilitat que:

$$n=16; p=0'805; q=0'195 \rightarrow B(16; 0'805)$$

- a) Tots tinguin mòbil

$$p(x=16) = \binom{16}{16} \cdot 0'805^{16} \cdot 0'195^0 = 0'031$$

- b) Al menys un veïnat no en tingui

$$p(x \neq 16) = 1 - p(x=16) = 1 - 0'031 = 0'969$$

- c) 4 dels veïnats no tinguin mòbil

$$p(x=4) = \binom{16}{4} \cdot 0'805^4 \cdot 0'195^{12} = 2'31 \cdot 10^{-6}$$

- d) Hi hagi com a molt 2 veïnats sense mòbil

$$p(x \geq 14) = p(x=14) + p(x=15) + p(x=16) = 0'219 + 0'121 + 0'031 = 0'371$$

- e) Calcula la mitjana aritmètica i la desviació típica

$$\mu = n \cdot p = 16 \cdot 0'805 = 12'88$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{16 \cdot 0'805 \cdot 0'195} = 1'585$$

8. El percentatge d'alumnat estranger a un centre públic és del 10'5%. Dins una classe de 34 alumnes calcula la probabilitat que:

$$n=34; p=0'105; q=0'895 \rightarrow B(34; 0'105)$$

- a) Tots siguin espanyols

$$p(x=0) = \binom{34}{0} \cdot 0'105^0 \cdot 0'895^{34} = 0'023$$

- b) Al menys un sigui estranger

$$p(x \neq 0) = 1 - p(x=0) = 1 - 0'023 = 0'977$$

- c) La meitat siguin estrangers

$$p(x=17) = \binom{34}{17} \cdot 0'105^{17} \cdot 0'895^{17} = 8'11 \cdot 10^{-9}$$

- d) Calcula la mitjana aritmètica i la desviació típica
 $\mu = n \cdot p = 34 \cdot 0'105 = 3'57$
 $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{34 \cdot 0'105 \cdot 0'895} = 1'787$
9. Una empresa fabrica xips amb un percentatge de defectuosos del 3%. Els empaqueta en caps de 40 xips. Calcula la probabilitat que en una capsa:
 $n=40$; $p=0'03$; $q=0'97 \rightarrow B(40; 0'03)$
- a) N'hi hagi 5 defectuosos
 $p(x = 5) = \binom{40}{5} \cdot 0'03^5 \cdot 0'97^{35} = 0'0055$
- b) Tots estiguin bé
 $p(x = 0) = \binom{40}{0} \cdot 0'03^{40} \cdot 0'97^0 = 0'296$
- c) Al menys 2 siguin defectuosos
 $p(x \geq 2) = 1 - p(x < 2) = p(x = 1) + p(x = 0) = 0'366 + 0'296 = 0'662$
- d) Calcula la mitjana aritmètica i la desviació típica
 $\mu = n \cdot p = 40 \cdot 0'03 = 1'2$
 $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{40 \cdot 0'03 \cdot 0'97} = 1'079$
10. Un jugador aposta al 6 i al 3 llançant un dau. Si fa 15 llançaments, calcula la probabilitat que:
- Sempre perdi
 - Sempre guanyi
 - Guanyi 8 vegades
 - Guanyi al menys una vegada
 - Calcula la mitjana aritmètica i la desviació típica
11. Un laboratori afirma que un medicament causa efectes secundaris en 3 de cada 100 pacients. Es trien 8 pacients d'un hospital als quals se'ls ha subministrat el medicament. Calcula la probabilitat que
- Cap pacient tingui efectes secundaris
 - Al menys dos tinguin efectes secundaris
 - Calcula la mitjana aritmètica i la desviació típica
12. L'aparcament d'uns magatzems disposa de 20 places. La probabilitat de que una d'aquestes places estigui ocupada és 0'4. Calcula la probabilitat que
- No trobem aparcament
 - La meitat de les places estiguin desocupades
 - Hi hagi lloc per aparcar
 - Hi hagi com a molt 2 places ocupades
 - Calcula la mitjana aritmètica i la desviació típica
13. Una persona empena una travessa de futbol a l'atzar. Calcula la probabilitat que:
- Encerti els 15
 - No n'encerti cap
 - No falli més de 3
 - Calcula la mitjana aritmètica i la desviació típica